

Исследование устойчивости динамических моделей как ключ к эффективному управлению

Лариса Геннадьевна Гагарина,
Александра Игоревна Кононова

НИУ МИЭТ

25 ноября 2020 г.

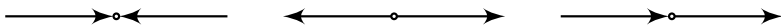
Сложные системы и сложные модели

Для описания сложных систем часто используются сложные динамические модели:

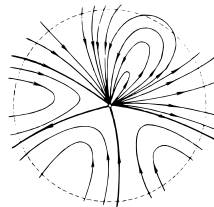
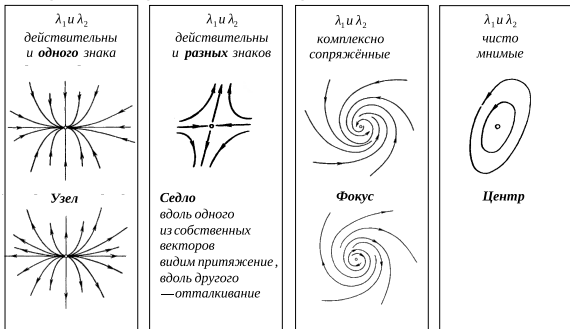
- модели Мир/Мир-2/Мир-3 (Джей Форрестер, Донелла Медоуз), 1971–2004 — несколько десятков уравнений и параметров;
- модель Месаровича-Пестеля (Михайло Месарович, Эдуард Пестель), 1974 — более ста тысяч уравнений;
- модель управления твердыми бытовыми отходами (МИЭТ), 2013 — около десяти уравнений и полтора десятка параметров.

Динамика систем малой размерности

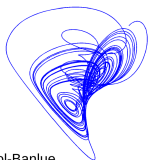
На прямой — три варианта динамики:



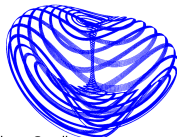
На вещественной плоскости — четыре типа невырожденных особых точек ($\dot{x} \approx Ax$, $\lambda_1 \neq 0$ и $\lambda_2 \neq 0$ — собственные числа A) и три вида секторов в окрестности вырожденных:



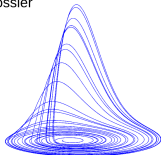
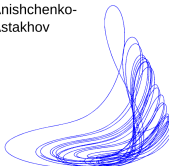
Хаотическая динамика многомерных систем



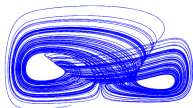
Wimol-Banlue

Three-Scroll
Unified (TSUCS1)

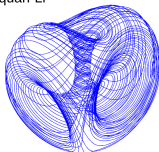
Rössler

Anishchenko-
Astakhov

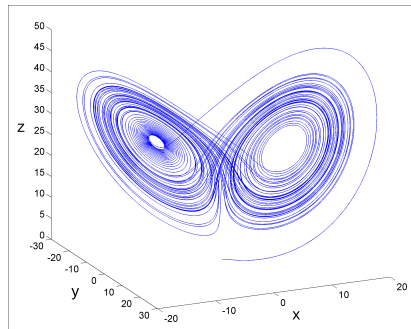
Yu-Wang



Dequan-Li



$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(r - z) - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases}$$



Модели сложных систем

Современные образовательные технологии

Модель раздачи

Анализ ДМЭР

Сложные системы и сложные модели

Динамика систем малой размерности

Хаотическая динамика многомерных систем

Применимость простых моделей

Применимость простых моделей

Структурная устойчивость модели (В. И. Арнольд) — малое изменение параметров и функций не приводит к качественному изменению выводов.

- неоптимизированная логистическая модель (аттрактор — узел) устойчива;
- модель Лотки-Вольтерры («аттрактор» — центр) структурно неустойчива.

Современные образовательные технологии

- Внедрение информационных технологий в образовательный процесс.
- Увеличение соотношения количества студентов и преподавателей.
- Проектная работа в малых группах.

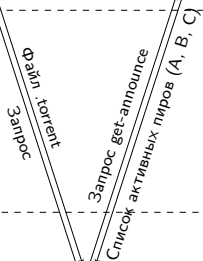
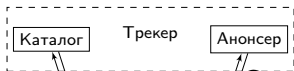
Дополнение непосредственной передачи знаний от преподавателя к студенту («вертикального» распространения знаний) взаимодействием между студентами («горизонтальным» распространением).

Модель распространения знаний

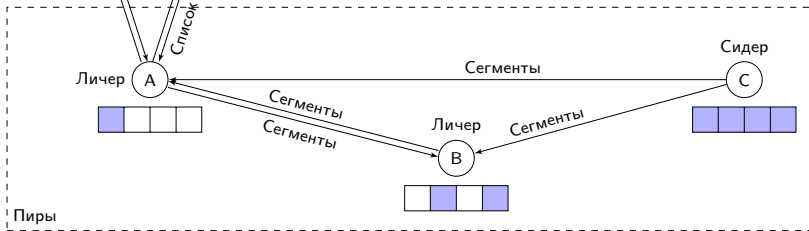
Распространение знаний между студентами аналогично распространению файла в одноранговой (пиринговой) файлообменной сети (при передаче информация не уничтожается):

- Владеющие некоторым знанием или умением аналогичны сидерам — пользователям, раздающим файл (количество s).
- Ещё не владеющие им — личерам (количество l).

Файлообменная пиринговая сеть BitTorrent



Основные характеристики текущего состояния раздачи — количество пользователей, полностью скачавших файл и поддерживающих обмен (сидеров) s и количество пользователей, качающих файл (личеров) l .



Процессы, влияющие на эволюцию раздачи

- 1 Раздача файла сидерами и скачивание личерами:

$$\begin{cases} \dot{s} = C(s,l) \\ \dot{l} = -C(s,l), \end{cases} \quad (1)$$

где $C(s,l)$ — количество пиров, докачавших файл в единицу времени.

- 2 Отток с раздачи скачавших сидеров и разочаровавшихся личеров:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta_1(s,l) \cdot s, \\ \dot{l} = -\beta_2(s,l) \cdot l, \end{cases} \quad (2)$$

где $\beta_{1,2}(s,l) > 0$ — скорость оттока соответственно сидеров и личеров; при $s \gg 1$ и $l \gg 1$ практически отсутствует: $\beta_{1,2}(s,l) \rightarrow 0$.

- 3 Подключение к раздаче новых личеров:

$$\dot{l} = \alpha \cdot s \cdot (N - l - s), \quad (3)$$

где $\alpha > 0$ характеризует привлекательность данной раздачи, $N > 0$ — общее количество заинтересованных в ней пользователей.

Эволюция раздачи в пиринговой сети

Жизненный цикл раздачи в пиринговой сети:

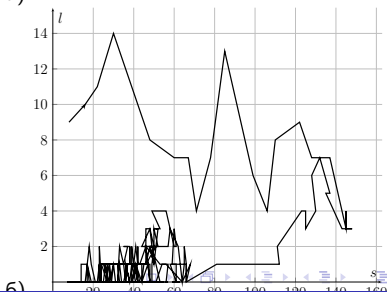
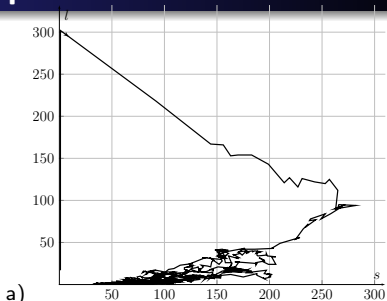
- 1) создание;
- 2) начальный набор личеров;
- 3) массовое скачивание;
- 4) стабилизация;
- 5) угасание.

Помехи

- 1) случайные возмущения;
- 2) суточные колебания.

Динамическая модель эволюции раздачи (ДМЭР) [МАИС, 2018, №4, с. 421-434] — этапы 3-4.

В жизненном цикле распространения знаний добавляется шестой этап: сессия/пересдачи.



Уравнения ДМЭР

$$\begin{cases} \dot{s} = s \cdot l - \beta_1 \cdot e^{-\frac{l}{M_1}} \cdot s \\ \dot{l} = \alpha \cdot s \cdot (N - l - s) - s \cdot l - \beta_2 \cdot e^{-\frac{s+l}{M_2}} \cdot l \end{cases}, \quad (4)$$

где $\alpha > 0$ характеризует привлекательность раздачи;

N — общее число пользователей ресурса, заинтересованных в файле;

$M_{1,2} > 0$ — порог активности раздачи (критически малое количество пиров, приводящее к массовому оттоку);

$\beta_{1,2} > 0$ — скорость оттока с неактивной раздачей соответственно сидеров и личеров.

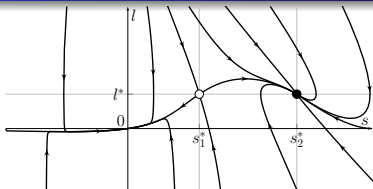
Может иметь от одной до трёх $\left((0,0), (s_1^*, l^*), (s_2^*, l^*) \right)$ особых точек

в зависимости от величины $q = \frac{N - l^* \frac{\alpha + 1}{2}}{\alpha}$ и соотношения параметра β_2

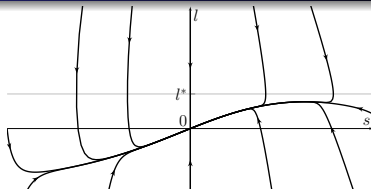
и величины $\beta_2^* = \frac{2M_2^2 \alpha}{l^*} \cdot \left(\sqrt{\frac{q^2}{M_2^2} + 1} - 1 \right) e^{\frac{q}{M_2} - 1 + \sqrt{\frac{q^2}{M_2^2} + 1} + \frac{l^*}{M_2}}$,

где l^* — решение трансцендентного уравнения $\frac{l}{\beta_1} = e^{-\frac{l}{M_1}}$.

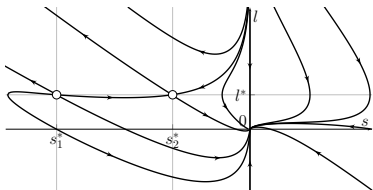
Анализ ДМЭР. Фазовый портрет ДМЭР



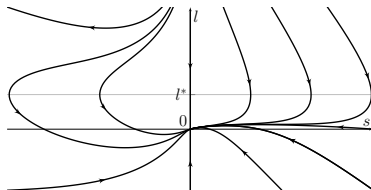
а) $q > 0, \beta_2 < \beta_2^*$



б) $q > 0, \beta_2 > \beta_2^*$



в) $q < 0, \beta_2 < \beta_2^*$

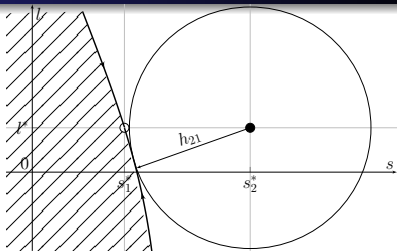


г) $q < 0, \beta_2 > \beta_2^*$

Стабилизация в физически реализуемом ненулевом состоянии (s_2^*, l^*) возможна только при $q > 0, \beta_2 < \beta_2^*$.

Запас устойчивости ДМЭР

Запас устойчивости ДМЭТ увеличивается при росте привлекательности раздачи — параметров α и N , а также при уменьшении оттока — параметров β_1 , M_1 , β_2 и M_2 .



Для раздачи пиринговой сети уменьшение оттока достигается административными мерами — учётом времени сидирования (таймбонус).

Учёт объёма отданного (рейтинга) неэффективен, что показывает не только моделирование, но и практика.

Для эффективного «горизонтального» распространения знания между студентами — необходимо платить им зарплату за преподавание?

Спасибо за внимание!

НИУ МИЭТ

<http://miet.ru/>

Александра Игоревна Кононова

illinc@bk.ru

Лариса Геннадьевна Гагарина

gagar@bk.ru